

## Model systemu turbodoładowania trakcyjnego silnika o zapłonie samoczynnym

*W artykule zaprezentowano empiryczno-matematyczny model turbodoładowania dla silnika o zapłonie samoczynnym z doładowaniem zakresowym. Model oparty jest na wykorzystaniu charakterystyk silnika SW680 uzyskanych na podstawie średnich parametrów obiegu oraz charakterystyk przepływowych turbosprężarek, do opisu których wykorzystano metody regresji wielowymiarowej. Warunki współpracy turbosprężarki z silnikiem trakcyjnym uwzględnione zostały za pomocą współczynników pulsacyjności, co zapewnia wystarczającą zbieżność obliczeń numerycznych z wynikami badań eksperymentalnych*

Słowa kluczowe: silnik ZS, modelowanie, turbodoładowanie, doładowanie zakresowe

### Model of turbo-charging system of traction diesel engine

*This paper presents empirical-mathematical model of turbo-charging for the Diesel engine with sequential turbo-charging. The model is based on application of the SW 680 engine characteristics obtained on the basis of average parameters of a cycle as well as flow characteristics of turbochargers, for the description of which the methods of multiple regression have been used. The conditions of the turbocharger co-operation with the traction engine have been taken into account by means of pulsation coefficients, which ensures sufficient convergence of numerical calculations with the results of experimental testing.*

Key words: diesel engine, modeling, turbo-charging, sequential turbo-charging

### 1. Wstęp

Modelowanie trakcyjnego silnika turbodoładowanego jest zagadnieniem szczególnie skomplikowanym. Wynika to z więzi gazowej pomiędzy silnikiem o przepływie pulsacyjnym a turbosprężarką o przepływie ciągłym. W publikacjach [3, 4, 9, 10, 13, 17, 18] przedstawiono szereg alternatywnych sposobów rozwiązania tego problemu, które różnią się zarówno ideą, jak i dokładnością. Wymagane jest zastosowanie matematycznego opisu nie tylko silnika lecz również sprężarki oraz turbiny. Do opisu mogą być wykorzystane metody analityczne [1, 2, 12, 15, 16] umożliwiające obliczenie prędkości w charakterystycznych przekrojach części przepływowej turbiny i sprężarki przy uwzględnieniu strat hydraulicznych oraz cieplnych. Pozwala to na określenie wymiarów turbosprężarki i parametrów doładowania. Inna metoda polega na wykorzystaniu istniejących charakterystyk uzyskanych w czasie badań eksperymentalnych. W takim przypadku najprościej jest sformułować model matematyczny przez określenie zależności funkcyjnej, aproksymując charakterystyki silnika oraz turbosprężarki wielomianami wyższych stopni z wykorzystaniem metod regresji wielowymiarowej [4, 7, 8, 19]. Współczynniki wielomianów wyznaczyć można w oparciu o dyskretyzację posiadanych charakterystyk lub korzystając z przybliżonych zależności uzyskanych metodami identyfikacji podczas badań silnika. Uzyskane w ten sposób funkcje mogą być bezpośrednio wykorzystane do obliczeń parametrów obiegu. Dają one zadowalający obraz jakości pracy silnika o określonej regulacji w stanach ustalonych.

### 1. Introduction

Modelling of a turbocharged traction diesel engine is a particularly complex issue. This results from the gas connection between the engine with pulsating flow and the turbocharger with continuous flow. In the publications [3, 4, 9, 10, 13, 17, 18], a series of alternative methods for solving of this problem has been presented that differ in both the idea and the accuracy. It is required to apply the mathematical description not only of the engine but also of the turbocharger and the turbine. Analytical methods [1, 2, 11, 15, 16] may be used for description, enabling calculation of velocities in characteristic intersections of the flow part of the turbine and the compressor, with taking into account hydraulic and thermal losses. This allows for determination of the turbocharger dimensions and the supercharging parameters. Another method is based on use of the existing characteristics obtained during experimental tests. In such case, the simplest way is to formulate a mathematical model through determination of function dependence by approximating the characteristics of the engine and of the turbocharger with polynomials of greater degrees, with making use of the multiple regression [4, 7, 8, 19]. The coefficients of polynomials may be determined on the basis of digitisation of the characteristics being at disposal or by making use of the approximated dependences obtained through identification methods during engine testing. Functions obtained in such a way may be directly used for calculations of the cycle parameters. They provide a satisfactory image of the engine operation quality with specified adjustment in steady states.

Obliczeniowe przedstawienie warunków współpracy silnika oraz turbosprężarki wymaga również precyzyjnego określenia warunków przepływu powietrza oraz spalin przez turbosprężarkę. Przy modelowaniu turbodoładowanego silnika trakcyjnego z pulsacyjnym zasilaniem turbiny napotyka się na problemy z obliczeniami parametrów turbiny. Pulsacje ciśnienia sprawiają, że jest dość duża rozbieżność między średnimi parametrami, a ich wartościami chwilowymi, nawet w ustalonych stanach pracy silnika. Dla uzyskania wymaganej dokładności obliczeń w silnikach z turbiną pulsacyjną należy uwzględnić wpływ pulsacyjności strumienia na moc oraz sprawność turbiny.

**2. Ogólne założenia modelu systemu turbodoładowania silnika o zapłonie samoczynnym**

Do symulacji oraz oceny parametrów pracy doładowanego silnika opracowano empiryczno-matematyczny model układu silnik-turbosprężarkowy zespół doładowujący oparty na średnich parametrach obiegu silnika. Schemat funkcjonalny modelu układu przedstawiony został na rysunku 1. W modelu tym występują: podsystem silnika spalinyowego, który tworzy objętość cylindra i podsystemy turbodoładowujące, które mogą być włączane do współpracy przez układ przełączający. Oddziaływania zachodzące pomiędzy poszczególnymi podsystemami turbodoładowania a podsystemem silnika (przedstawione na schemacie jako główne oraz pomocnicze kierunki obliczeń) wpływają na obliczane parametry doładowania wynikające z bilansu mocy sprężarki oraz turbiny. Wymienione elementy systemu turbodoładowania traktuje się jako obiekty o znanych i opisanych analitycznie charakterystykach. Obliczenia prowadzone są dla ustalonych warunków pracy silnika i zespołu doładowującego. Zakres obliczeń związanych z doбором zespołu doładowującego do silnika, sprowadza się do oceny dopasowania charakterystyk przepływowych poszczególnych elementów systemu turbodoładowania, uwzględniając przy tym wpływ zmian sprawności silnika, sprężarki i turbiny.

W modelu przewidziano następujące możliwe do zastosowania metody turbodoładowania, dla których przewidziano pulsacyjne zasilanie turbiny:

- a) turbodoładowanie za pomocą jednej turbosprężarki,
- b) turbodoładowanie za pomocą dwóch turbosprężarek jednakowej wielkości,
- c) turbodoładowanie za pomocą dwóch turbosprężarek różnej wielkości (typowe dla doładowania zakresowego).

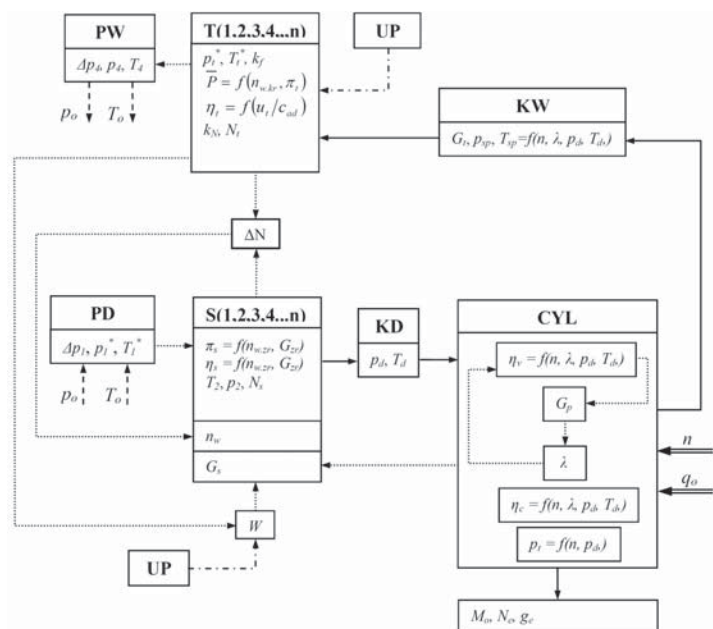
Metodyka obliczeń wskaźników obiegu silnika dla przyjętych sposobów turbodoładowania obejmuje następujące założenia powodujące uproszczenie konstrukcji modelu:

- a) stała regulacja silnika oraz jego niezmienna sprawność w danym punkcie obliczeniowym,

The computational presentation of the conditions of co-operation of the engine and the turbocharger requires also a precise determination of the air and exhaust gases flows through the turbocharger. During modelling of a turbocharged traction engine with pulsating supply of the turbine, problems with calculation of the turbine parameters are encountered. The pressure pulsations cause that there is a quite large discrepancy between the average parameters and their momentary values, even at established states of the engine operation. In order to obtain the required accuracy of calculations in the engines with pulse turbine, the influence of the stream pulsation on the power and on the efficiency of the turbine is to be taken into account.

**2. General assumptions of the model of turbo-charging of a Diesel engine**

For simulation and assessment of operation of an engine with supercharging, an empirical-mathematical model of the engine-turbo-charging unit has been elaborated, based on average parameters of the engine cycle. The functional diagram of the model of the system has been presented on Fig. 1. This model includes: subsystem of combustion engine that forms the volume of the cylinder, turbo-charging subsystems that may be engaged into co-operation by the switching system. Interactions taking place between particular turbo-charging subsystems and the engine subsystem – presented on the diagram as the main and the auxiliary directions of calculations – influence the calculated turbo-charging parameters resulting from the power balance of the compressor and the turbine. The mentioned elements of the turbo-charging



Rys. 1. Schemat systemu turbodoładowania silnika: S – sprężarka, T – turbina, CYL – cylinder, KD – kolektor dolotowy, KW – kolektor wylotowy, PD – pole dolotu, PW – pole wylotu, UP – układ przełączający metody turbodoładowania, → – główny kierunek obliczeń, - - - - - pomocniczy kierunek obliczeń

Fig. 1. Diagram of engine turbo-charging system: S – compressor, T – turbine, CYL – cylinder, KD – inlet manifold, KW – outlet manifold, PD – inlet area, PW – outlet area, UP – system for switching of turbo-charging methods, → – main direction of calculations, - - - - - auxiliary direction of calculations

- b) czynnik roboczy traktowany jest jak gaz doskonały o zadanym składzie chemicznym,
- c) pomija się wpływ temperatury na ciepło właściwe powietrza oraz spalin,
- d) przepływ gazów przyjmuje się jako quasi-ustalony,
- e) w obliczeniach parametrów turbiny uwzględnia się zmiany mocy sprawności oraz przepustowości w pulsacyjnym strumieniu gazów za pomocą współczynników bezwymiarowych,
- f) w obliczeniach sprężarki oraz turbiny uwzględniane są różnice pomiędzy parametrami statycznymi oraz parametrami spiętrzenia gazów,
- g) zjawiska falowe uwzględnia się za pomocą współczynników bezwymiarowych,
- h) pomija się wymianę ciepła oraz oddziaływanie wszelkich nieszczelności w układzie.

Podstawą obliczeń współpracy silnika z turbosprężarkowym zespołem doładowującym jest spełnienie następujących warunków:

- a) prędkości obrotowe wirników sprężarki  $n_s$  oraz turbiny  $n_t$  są jednakowe i równe prędkości wału turbosprężarki  $n_w$ :

$$n_s = n_t = n_w \quad (1)$$

- b) ilość powietrza przepływającego przez silnik  $G_p$  równa jest ilości powietrza przepływającego przez sprężarki  $G_s$  oraz ilości czynnika przepływającego przez turbiny  $G_t$  z uwzględnieniem możliwych strat czynnika roboczego przez nieszczelności  $G_n$  i zużycia paliwa  $G_e$ :

$$G_p = G_s = G_t - G_n + G_e \quad (2)$$

Uwzględniając, że zużycie paliwa oraz straty czynnika roboczego stanowią ok. 2–4% natężenia przepływu powietrza, w pierwszym przybliżeniu można założyć, że:

$$G_p = G_s = G_t \quad (3)$$

W obliczeniach z dwoma turbosprężarkami różnej wielkości zakłada się, że ilość powietrza przepływającego przez silnik równa jest sumie ilości powietrza przepływającego przez każdą sprężarkę:

$$G_p = G_s = G_{s1} + G_{s2} \quad (4)$$

- c) moce turbiny  $N_t$  oraz sprężarki  $N_s$  są równe:

$$N_s = N_t \quad (5)$$

Osadzenie na wspólnym wale turbiny spalinowej oraz sprężarki powoduje, że obliczenia poszczególnych parametrów muszą być prowadzone metodą kolejnych iteracji, pozwalających na uzyskanie bilansu mocy, masowego natężenia przepływu i prędkości obrotowej wirników sprężarki oraz turbiny z założoną dokładnością, przy obliczonych w modelu parametrach przepływu powietrza oraz spalin.

### 3. Model matematyczny podsystemu silnika

W przyjętym modelu opartym na średnich parametrach obiegu podsystem silnika traktowany jest jako objętość, którą tworzy układ komór roboczych cylindrów, o znanych charakterystykach. Do analitycznego opisu tych charakterystyk mogą zostać wykorzystane równania regresji aproksymujące

system are considered as objects of known and analytically described characteristics. The calculations are carried out for the determined conditions of the engine and the turbo-charging unit operation. The scope of the executed calculations related to the selection of a turbo-charging unit to the engine comes down to the assessment of matching of the flow characteristics of particular elements of the turbo-charging system, with taking into account the influence of changes on the efficiency of the engine, the compressor and the turbine.

In the model, the following turbo-charging methods possible to be used have been provided for, for which pulsating turbine supply has been provided for:

- a) turbo-charging by means of one turbocharger,
- b) turbo-charging by means of two turbochargers of the same size,
- c) turbo-charging by means of two turbochargers of different sizes (typical for sequential turbo-charging).

The methodology of calculations of the rates of the SW 680 engine cycle for the adopted turbo-charging methods covers the following assumptions that cause simplification of the model construction:

- a) continuous adjustment of the engine operation and its constant efficiency in a given calculation point,
- b) working medium considered as a perfect gas with determined chemical composition,
- c) the influence of temperature on specific heats of air and exhaust gases is neglected,
- d) the flow of gases is taken as quasi-determined,
- e) in the calculations of the turbine parameters, changes of the efficiency, power and output are taken into account in the pulsating stream of gases by means of non-dimensional coefficients,
- f) in the calculations for the compressor and the turbine, differences between the static parameters and the parameters of gas accumulations are taken into account,
- g) the wave phenomena are taken into account by means of non-dimensional coefficients,
- g) heat exchange and influence of all leakages in the system are neglected.

The basis for calculation of the engine co-operation with the turbo-charging unit is to meet the following conditions:

- a) rotational speeds  $n_s$  of the compressor rotors and  $n_t$  of the turbine are identical and equal to the speed of the turbocharger shaft  $n_w$ , eq. (1);
- b) the quantity of air  $G_p$  flowing through the engine is equal to the quantity of air  $G_s$  flowing through the compressors and to the quantity of medium  $G_t$  flowing through the turbines with taking into account the possible losses  $G_n$  of a working medium through the leakages and the fuel consumption  $G_e$ , eq. (2);

Taking into account that the fuel consumption and losses of the working medium constitute approximately 2% up to 4% of the air flow rate, it may be assumed in the first approximation according to eq. (3).

wyniki pomiarów otrzymanych podczas badań hamownianych silnika [4, 18]. Do wskaźników pracy silnika, które w decydujący sposób określają warunki współpracy silnika z turbosprężarkowym zespołem doładowującym należą przede wszystkim: temperatura spalin w układzie wylotowym przed turbiną –  $T_{tr}$ , sprawność cieplna –  $\eta_c$ , współczynnik napelnienia –  $\eta_v$ , średnie ciśnienie tarcia –  $p_{tr}$ , prędkość obrotowa wału korbowego silnika –  $n$ , współczynnik nadmiaru powietrza –  $\lambda$ , ciśnienie –  $p_d$  oraz temperatura doładowania –  $T_d$ . Na podstawie analizy charakterystyk silników turbodoładowanych proponuje się aby model silnika przedstawić w postaci następujących relacji:

$$\eta_c = f(n, \lambda, p_d, T_d) \quad (6)$$

$$\eta_v = f(n, \lambda, p_d, T_d) \quad (7)$$

$$T_{tr} = f(n, \lambda, p_d, T_d) \quad (8)$$

$$p_{tr} = f(n) \quad (9)$$

W świetle wyników analiz prezentowanych w pracy [10] oraz własnych badań [5], w przy ocenie granicy dymienia silników turbodoładowanych konieczne jest uwzględnienie temperatury oraz ciśnienia powietrza doprowadzanego do cylindrów. Świadczy to o istotnym wpływie gęstości ładunku na przebieg tworzenia mieszaniny palnej oraz spalania przy stałym nadmiarze powietrza. Daje to podstawy do stwierdzenia, że tak sformułowane zależności (6), (7), (8), (9) odzwierciedlają rzeczywiste relacje przyczynowo-skutkowe pomiędzy przedstawionymi parametrami i mogą stanowić jakościowy model matematyczny opisujący z wymaganą dokładnością grupę turbodoładowanych silników ZS z wtryskiem bezpośrednim, wyposażonych w klasyczny układ wtryskowy.

Opis matematyczny zależności (6), (7), (8), (9) przedstawiono w postaci wielomianów. Identyfikacji współczynników wielomianów dokonano na przykładzie silnika SW-680, którego podstawowe parametry i cechy konstrukcyjne przedstawiono w tabelicy 1.

W celu uzyskania analitycznej postaci funkcji wyrażonych zależnościami (6), (7), (8) wyniki pomiarów aproksymowano wielomianami drugiego stopnia. Weryfikację istotności współczynników wielomianu przeprowadzono na drodze analizy niedokładności przy założonym poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Opis zależności (9) ograniczono do wielomianu pierwszego stopnia, gdyż uwzględnienie wyższych stopni wielomianu nie znajdowało uzasadnienia w świetle wyników badań znanych m.in. z literatury [17, 18]. Równania regresji opisujące charakterystyki silnika SW-680 mają postać:

$$\eta_v = -1,76996 + 0,00108 \cdot n - 0,102 \cdot 10^{-7} \cdot n^2 + -0,029987 \cdot \lambda^2 + 0,001537 \cdot n \cdot p_d - 0,37807 \cdot 10^{-5} \cdot n \cdot T_d + -3,3012 \cdot \lambda \cdot p_d + 0,00174 \cdot \lambda \cdot T_d \quad (10)$$

$$\eta_c = -2,84656 + 1,02797 \cdot \lambda + 7,4439 \cdot p_d + 0,008848 \cdot T_d + +0,86 \cdot 10^{-8} \cdot n^2 - 0,033883 \cdot \lambda^2 - 42,393216 \cdot p_d^2 + +2,28402 \cdot \lambda \cdot p_d - 0,003474 \cdot \lambda \cdot T_d \quad (11)$$

$$T_{tr} = -2128,33 - 0,3356 \cdot n - 6130,22 \cdot p_d + 21,84 \cdot T_d - 0,00002 \cdot n^2 + +101,68 \cdot \lambda^2 - 0,0269 \cdot T_d^2 + 0,1163 \cdot n \cdot \lambda + 6,3263 \cdot n \cdot p_d + -1205,71 \cdot \lambda \cdot p_d - 2,0532 \cdot \lambda \cdot T_d \quad (12)$$

In the calculations with two turbochargers of different sizes it is assumed that the quantity of air flowing through the engine is equal to the sum of the quantity of air flowing through each compressor, eq. (4).

c) the powers of the  $N_t$  turbine and the  $N_s$  compressor are equal, eq. (5).

Mounting of the internal combustion turbine and the compressor on one shaft causes that the calculations of particular parameters must be carried out through the method of subsequent iterations allowing for obtaining of the power balance, mass intensity of flow and the rotational speeds of rotors of the turbocharger and the turbine with the assumed accuracy, at the parameters of flow of air and combustion gases calculated in the model.

### 3. Mathematical model of the engine subsystem

In the adopted model based on average cycle parameters, the engine subsystem is considered as a volume that forms a system of working chambers of the cylinders of known characteristics. For analytical description of these characteristics, the regression equations may be used that approximate the results of measurements obtained during the tests of the engine in the engine test house [4, 18]. The engine operation rates that in a decisive way determine conditions of the engine co-operation with a turbo-charging unit include mainly: exhaust gas temperature in the outlet system before the turbine –  $T_{tr}$ , thermal efficiency –  $\eta_c$ , cylinder filling ratio –  $\eta_v$ , average friction pressure –  $p_{tr}$ , rotational speed of the engine crankshaft –  $n$ , combustion air factor –  $\lambda$ , pressure –  $p_d$  and supercharging temperature –  $T_d$ . The correlations taking place between particular rates have been presented in the form of the relations according to eq. (6–9).

Tablica 1. Charakterystyka obiektu badań  
Table 1. Characteristics of the object of testing

Układ cylindrów/ Arrangement of cylinders	rzędowy pionowy/ vertical in-line engine
Liczba cylindrów/Quantity of cylinders	6
Średnica cylindra/ Cylinder diameter	0,127 m
Skok tłoka/ Piston stroke	0,146 m
Pojemność skokowa/ Engine cubic capacity	11,093 dm <sup>3</sup>
Stopień sprężania/ Compression ratio	15,8
Kolejność zapłonów/ Ignition sequence	1-5-3-6-2-4
System wtrysku/ Injection system	bezpośredni do komory toroidalnej/ direct to toroidal chamber
Pompa wtryskowa/ Injection pump	P56T10

In the light of the results of analyses presented in the paper [10] and own research [5], at the assessment of the limit of smoking of turbocharged engines it is necessary to take into account the temperature and the pressure of



$$p_{tr} = 0,08829 + 0,016677 \cdot C_{sr} \quad (13)$$

Dopasowanie opisu matematycznego charakterystyk do rzeczywistych przebiegów oceniano na podstawie współczynnika korelacji wielowymiarowej R. Dla zależności (10) współczynnik korelacji wyniósł  $R = 0,97$ , dla zależności (11) uzyskano  $R = 0,96$ , dla zależności (12) –  $R = 0,99$  oraz  $R = 0,975$  dla zależności (13).

Adekwatność tak uzyskanych funkcji silnika do wyników pomiarów ogranicza się jedynie do badanego obszaru. Wartości  $\eta_c$ ,  $\eta_v$ ,  $T_t$  dla dowolnego punktu pracy obliczane są bezpośrednio z funkcji wielomianowej, nie mogą więc wychodzić poza przyjęte zakresy dopuszczalnych wartości. Przyjęto następujące zakresy wejść:

$$\begin{aligned} n &\in [1000 \div 2200]; \text{ min}^{-1} \\ p_d &\in [0,1 \div 0,2]; \text{ MPa} \\ T_d &\in [300 \div 400]; \text{ K} \\ \lambda &\in [1,3 \div 4] \end{aligned}$$

Konieczne jest przy tym uwzględnianie skojarzeń wejść, które nie mogą stać w sprzeczności z przebiegiem fizycznych zjawisk zachodzących w silniku. Dotyczy to w szczególności silnika z turbodoładowaniem, w którym ciśnienie oraz temperatura doładowania wzrastają wraz ze zwiększaniem prędkości obrotowej silnika. Oznacza to, że przy stałej regulacji silnika lub założonym przebiegu momentu obrotowego ciśnienie doładowania przy minimalnej prędkości obrotowej z przyjętego zakresu, zawsze będzie niższe niż przy prędkości maksymalnej. Ekstrapolacja modelu (funkcji silnika) przez przyjęcie wartości ciśnień doładowania znacznie wykraczających poza obszar objęty warunkami doświadczalnymi mogłaby prowadzić do znacznych nieścisłości. Stąd też dodatkowo przyjęto ograniczenia dotyczące maksymalnych wartości ciśnień doładowania dla minimalnej oraz maksymalnej prędkości obrotowej wału korbowego z dopuszczalnego zakresu. Pozwoli to uniknąć sytuacji, w których obliczone wartości  $\eta_c$ ,  $\eta_v$ ,  $T_t$  mogłyby przyjmować niedopuszczalne wartości.

#### 4. Matematyczny model podsystemu turbosprężarki

Pracę sprężarki odwzorowano za pomocą charakterystyk:

$$\eta_s = f(n_w, G_{zr}) \quad (14)$$

$$\pi_s = f(n_w, G_{zr}) \quad (15)$$

Zależności funkcyjne (14), (15) określono w postaci wielomianów drugiego stopnia. Równania regresji opisujące charakterystyki sprężarki o numerze katalogowym wirmika 309K turbosprężarki B3C mają postać:

$$\begin{aligned} \eta_s = & 0,46478 + 7,5582 \cdot 10^{-6} \cdot n_w - 0,33737 \cdot G_{zr} + \\ & + 0,000114 \cdot n_w \cdot G_{zr} - 1,89221 \cdot 10^{-10} \cdot n_w^2 + \\ & - 22,76364 \cdot G_{zr}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \pi_s = & 1,17438 - 9,12507 \cdot 10^{-6} \cdot n_w + 0,53369 \cdot G_{zr} + \\ & + 0,000053 \cdot n_w \cdot G_{zr} + 1,90049 \cdot 10^{-10} \cdot n_w^2 + 17,00108 \cdot G_{zr}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

the air delivered to the cylinders. This shows a significant influence of the charge density on the course of formation of a combustible mixture and combustion with a continuous air excess. This gives bases to say that so formulated dependencies (6), (7), (8), and (9) reflect the actual cause and effect relations between the presented parameters and may form a qualitative mathematical model that describes in a required detail a group of turbocharged ZS engines with direct injection, equipped with a classical injection system.

The mathematical description of dependencies (6), (7), (8), and (9) has been presented in the form of polynomials. Identification of coefficients of polynomials has been done on the basis of the SW-680 engine, the basic parameters and constructional characteristics of which have been presented in the Table 1.

In order to obtain an analytical form of functions expressed by the dependencies (6), (7) and (8), the results of measurements have been approximated with quadratic polynomials. Verification of the significance of the polynomial coefficients has been carried out through analysis of inaccuracies with assumed level of significance  $\alpha = 0.05$ . Description of dependences (8) has been limited to the linear polynomial. Taking higher degrees of polynomials into account was not justified in the light of the research results, known from e.g. the literature of [17, 18]. The regression equations that describe the characteristics of the SW-680 engine have the form according to equations (10–13).

Matching of the mathematical description of characteristics to the actual curves was assessed on the basis of the R linear correlation coefficient. For the dependence (10), the correlation coefficient was  $R = 0.97$ , for the correlation (11) it was  $R = 0.96$ , for the correlation (12)  $R = 0.99$ , and  $R = 0.975$  for the correlation (13).

Adequacy of so obtained engine functions to the measurement results is limited only to the examined area. The values of  $\eta_c$ ,  $\eta_v$ ,  $T_t$  for any point of operation are calculated directly from the polynomial function, therefore they cannot go beyond the taken ranges of permissible values. The following input scopes have been taken:

$$\begin{aligned} n &\in [1000 \div 2200]; \text{ min}^{-1} \\ p_d &\in [0,1 \div 0,2]; \text{ MPa} \\ T_d &\in [300 \div 400]; \text{ K} \\ \lambda &\in [1,3 \div 4] \end{aligned}$$

Moreover, it is necessary to take into account the matchings of inputs that cannot be contradictory to the course of physical phenomena taking place in the engine. This in particular applies to the engine with turbo-charging, where the supercharging pressure and the temperature increase along with the increase of the engine speed. This means that with constant adjustment of the engine or the assumed torque curve, the supercharging pressure at the minimum rotational speed from the adopted range will always be lower than at the maximum speed. Extrapolation of the model (of the engine function) through taking the values

Dla uzyskanych zależności wartości współczynnika korelacji wielowymiarowej wynoszą odpowiednio  $R = 0,98$  oraz  $R = 0,99$ . Spręż  $\pi_s$  oraz sprawność  $\eta_s$  dla poszczególnych punktów pracy obliczane są bezpośrednio z funkcji (16) i (17). Aby nie wyszły one poza obszar dopuszczalnych wartości wprowadzono funkcje ograniczające zbiory par wartości  $G_{zr}$  i  $n_w$ . Pozwala to uniknąć sytuacji, w których obliczone  $\pi_s$  oraz  $\eta_s$  mogłyby przyjmować wartości ujemne bądź wychodzące poza obszar charakterystyki. W obliczeniach współpracy silnika z turbosprężarką przyjęto, że wyznaczona sprawność sprężania nie powinna być mniejsza od  $\eta_s = 0,60$ . W opisie analitycznym uwzględniono również przebieg granicy pompowania sprężarki, która ogranicza obszar jej statecznej pracy. Przebieg granicy pompowania opisano zależnością funkcyjną:

$$G_{pom} = f(\pi_s) \quad (18)$$

Zależność (18) dla dysponowanych sprężarek określono odpowiednio do przebiegu granicy pompowania każdej z nich, jako funkcję liniową lub funkcję sklejaną złożoną z wielomianu pierwszego oraz drugiego stopnia. Dla sprężarki 309 K uzyskano następujące wartości współczynników wielomianów:

– granica pompowania w zakresie  $\pi_s = 1,1 \div 1,7$ :

$$G_{pom} = -0,0757 + 0,0857 \cdot \pi_s \quad (19)$$

– granica pompowania w zakresie  $\pi_s = 1,7 \div 2,5$ :

$$G_{pom} = -0,07409 + 0,6999 \cdot \pi_s - 0,1295 \cdot \pi_s^2 \quad (20)$$

Obliczona odległość linii punktów pracy silnika od granicy pompowania sprężarki oceniana wielkością  $K_{pom}$  nie powinna być mniejsza od 10–15%:

$$K_{pom} = \frac{(G_s - G_{pom})}{G_s} \quad (21)$$

W zależności (21)  $G_s$  określa wydatek powietrza w obliczonym punkcie pracy, natomiast  $G_{pom}$  – wydatek powietrza odpowiadający granicy pompowania przy tym samym sprężu.

Przy modelowaniu turbiny oparto się na opisie jej charakterystyki przepływowej. Charakterystykę turbiny promieniowej określa zależność parametru przepływu  $F_p = G_t \cdot \sqrt{T_t} / p_t$  oraz sprawności  $\eta_t$  w funkcji stopnia rozprężania  $\pi_t$  oraz kryterialnej prędkości obrotowej wirnika  $n_{w.kr}$ :

$$F_p = \frac{G_t \cdot \sqrt{T_t^*}}{p_t^*} = f(n_{w.kr}, \pi_t) \quad (22)$$

gdzie:  $T_t^*$ ,  $p_t^*$  – temperatura oraz ciśnienie spiętrzenia spalin przed turbiną, a

$$n_{w.kr} = \frac{n_w}{\sqrt{T_t}} \quad (23)$$

Dla turbiny o oznaczeniu 2,6 turbosprężarki B3C współczynniki wielomianu drugiego stopnia opisującego zależność (22) wynoszą:

$$F_p = -4,00449 + 0,00158 \cdot n_{w.kr} + 4,71602 \cdot \pi_t + -0,00205 \cdot n_{w.kr} \cdot \pi_t + 2,83 \cdot 10^{-7} \cdot n_{w.kr}^2 + 0,89058 \cdot \pi_t^2 \quad (24)$$

of supercharging pressures significantly exceeding the area covered with experimental conditions could lead to significant inaccuracies. Hence, additional limitations concerning maximum values of supercharging pressures have been assumed for the minimum and maximum rotational speeds of the crankshaft from the permissible range. This will allow avoiding the situation, where the calculated values of  $\eta_c$ ,  $\eta_v$ ,  $T_t$  could assume impermissible values.

#### 4. Mathematical model of the turbocharger subsystem

The compressor operation has been represented through the characteristics described by the equations (14) and (15). The function dependences (14) and (15) for the compressors being at disposal have been determined in the form of quadratic polynomials. The regression equations (16) and (17) describe the characteristics of the compressor of the catalogue rotor number of 309 K of the B3C turbo-compressor.

For the obtained dependencies, the values of the multiple correlation coefficient are  $R = 0,98$  and  $R = 0,99$  respectively. The values of compressor ratio  $\pi_s$  and efficiency  $\eta_s$  for particular points of operation are calculated directly from the functions (16) and (17), and – in order for them not to exceed the permissible values – functions limiting the sets of pairs of values of  $G_{zr}$  and  $n_w$  have been introduced. This will allow avoiding the situation, where the calculated  $\pi_s$  and  $\eta_s$  could assume either negative values or values exceeding the field of characteristics. It has been assumed in the calculations of the engine co-operation with turbocharger that the determined efficiency of compression should not be lower than  $\eta_s = 0,60$ . In the analytical description also the curve of the surge line of the compressor has been taken into account, which specifies the area of its stable operation. The curve of the surge line has been described by the function dependence, eq. (18).

The dependence (18) for the compressors being at disposal has been determined adequately to the curve of the surge line for each of the compressors being at disposal as a linear function or a combined function, consisting of the linear polynomial and the quadratic polynomial. For the 309 K compressor, the following values of the coefficients of polynomials have been obtained:

– surge line in the scope of  $\pi_s = 1,1 \div 1,7$ , eq. (19);

– surge line in the scope of  $\pi_s = 1,7 \div 2,5$ , eq. (20);

The calculated distance of the line of points of the engine operation from the surge line of the compressor evaluated by the  $K_{pom}$  size should not be lower than 10–15%, eq. (21).

In the dependence (21),  $G_s$  specifies the air expenditure at the calculated point of operation whereas  $G_{pom}$  – the air expenditure corresponding to the surge line at the same compression.

At modelling of the turbine, one has based on the description of its flow characteristics. The characteristic of the radial-flow turbine is determined by the dependence of the flow parameter  $F_p = G_t \cdot \sqrt{T_t} / p_t$  and the efficiency  $\eta_t$  in the function of the expansion ratio  $\pi_t$  and the criterion rotational speed of the rotor  $n_{w.kr}$ , eq. (22), where:  $T_t^*$ ,  $p_t^*$  – temperature

Sprawność turbiny opisano w zależności od liczby Macha:

$$\eta_t = f\left(\frac{u_t}{c_{ad}}\right) \quad (25)$$

i uzyskano następującą postać wielomianu drugiego stopnia:

$$\eta_t = -0,193 + 2,6836 \cdot M_a - 1,9173 \cdot M_a^2 \quad (26)$$

Wzrost mocy turbiny w pulsacyjnym strumieniu spalin można uwzględnić za pomocą współczynnika pulsacyjności określonego na podstawie badań identyfikacyjnych [14, 18]. W modelu zostało to uwzględnione za pomocą współczynnika pulsacyjności  $k_N$ , którego wartości zależne są od konstrukcji układu wylotowego silnika i dla danego silnika mogą być przyjęte za warunku podobieństwa przepływu [19]. Moc turbiny określa zależność:

$$N_t = G_t \cdot H_t^{ad} \cdot \eta_{tc} \cdot k_N \quad (27)$$

Równanie bilansu mocy z uwzględnieniem współczynnika pulsacyjności  $k_N$  określającego wzrost mocy turbiny określa zależność:

$$N_s = k_N \cdot N_t \quad (28)$$

Z warunku (28) wyznaczane jest ciśnienie doładowania podczas obliczeń iteracyjnych. Natomiast ciśnienie gazów przed turbiną wyznaczane jest z równania przepływu spalin przez turbinę przy uwzględnieniu pulsacji przepływu z zależności:

$$F_p \cdot k_f = \frac{G_t \cdot \sqrt{T_t^*}}{p_t^*} \quad (29)$$

Współczynnik  $k_f$  określa wzrost przepustowości turbiny przy pulsacyjnym przepływie spalin. Parametr przepływu  $F_p$ , dla obliczonych wstępnie wartości temperatury spalin oraz stopnia rozprężania, określany jest z charakterystyki turbiny.

Wartości  $k_N$  w zależności od  $\pi_s$  oraz  $\pi_t$  opisano za pomocą wielomianu drugiego stopnia o postaci:

$$k_N = 2,165142 - 1,1288 \cdot \pi_s - 0,97323 \cdot \pi_t + 0,199058 \cdot \pi_s^2 + 0,094245 \cdot \pi_t^2 + 0,28578 \cdot \pi_s \cdot \pi_t \quad (30)$$

Wartości współczynnika  $k_f$  – przy połączonym wylocie spalin z trzech cylindrów, co odpowiada modelowemu silnikowi SW 680 – obliczane są w zależności od sprężarki. Dla  $\pi_s < 1,5$ :

$$k_f = \sqrt{k_N} \quad (31)$$

Przy  $\pi_s > 1,5$   $k_f$  różni się będzie od  $k_f$  obliczonego z zależności (31) tym bardziej, im wyższa jest wartość  $\pi_s$ . Dla  $\pi_s = 2,5 - 3,0$  wpływ pulsacji ciśnienia spalin na wskaźniki pracy turbiny jest znikomy i wartość  $k_f$  zbliżać się będzie do jedności. W takim przypadku  $k_f$  obliczany jest z zależności:

$$k_f' = \frac{(2,75 - \pi_s) \cdot (k_f - 1)}{2,25} \quad (32)$$

and pressure of accumulation of combustion gases before turbine and  $n_{w,kr}$  expressed by eq. (23).

For the turbine with the denotation of 2,6 of the B3C turbo-compressor, the coefficients of the quadratic polynomial are defined in eq. (24).

The turbine efficiency has been described in the dependence from the Mach number according to eq. (25) and calculated from the quadratic polynomial according to eq. (26).

The increase of the turbine power in the pulsating stream of exhaust gases may be taken into account by means of pulsation coefficient determined on the basis of identification tests [14,18]. In the model, it has been included by means of pulsation coefficient  $k_N$ , the values of which are dependant on the construction of the outlet system of the engine, and may be taken for a given engine from the condition of the flow probability [19]. The turbine power is determined by the dependence according to the eq. (27).

The power balance equation with taking the pulsation coefficient  $k_N$  into account, determining the increase of the turbine power is defined by the dependence (28).

From the condition (28) the supercharging pressure is determined during the iterative calculations, whereas the pressure of gases before the turbine is determined from the following dependence from the equation (29) of exhaust gases flow through the turbine, with taking pulsation into account.

The  $k_f$  coefficient defines the increase of the flow parameter of the turbine at pulsating flow of exhaust gases. The  $F_p$  flow parameter for the preliminarily calculated value of the exhaust gases temperature and the expansion ratio is determined from the turbine characteristics.

The  $k_N$  values, depending on  $\pi_s$  and  $\pi_t$  have been described by means of quadratic polynomial having the form described by the eq. (30).

The values of the  $k_f$  coefficient, with combined outlet of exhaust gases from three cylinders, which corresponds to the model SW 680 engine, are calculated depending on the compression of the compressor. For a  $\pi_s < 1,5$  a value of  $k_f$  is calculated from the eq. (31).

At  $\pi_s > 1,5$ ,  $k_f$  will differ from  $k_f$  calculated from the dependence of (31), the more so the higher the  $\pi_s$  value is. For  $\pi_s = 2,5 - 3,0$ , the influence of pulsation of the exhaust gases pressure on the rates of the turbine operation is slight and the  $k_f$  value will be getting closer to 1. In such case,  $k_f$  is calculated from the dependence (32).

## 5. Methodology of calculations of the engine co-operation with the turbo-charging unit

On the basis of the assumptions presented above, a calculation model has been prepared that enables assessment of matching of the engine and the turbocharger characteristics and determination of average cycle parameters. In order to increase the accuracy of calculations, influence of change of the efficiencies of the compressor and the turbine – the parameters of which are determined for particular working conditions of the engine – are taken into account.



## 5. Metodyka obliczeń współpracy silnika z turbosprężarkowym zespołem doładowującym

W oparciu o przedstawione powyżej założenia opracowany został model obliczeniowy umożliwiający ocenę dopasowania charakterystyk silnika i turbosprężarki oraz wyznaczenie średnich parametrów obiegu. Dla zwiększenia dokładności obliczeń uwzględnia się wpływ zmian sprawności sprężarki oraz turbiny, której parametry wyznaczane są dla określonych warunków pracy na silniku.

Metodyka obliczeń umożliwia ocenę odległości obliczonych punktów pracy silnika od granicy pompowania zastosowanej sprężarki. Obliczenia parametrów obiegu mogą być realizowane dla charakterystyk prędkościowych oraz obciążeniowych z zastrzeżeniem, że wartości parametrów wprowadzanych w danych wejściowych oraz obliczonych nie wyjdą poza przedziały dopuszczalnych wartości.

W charakterze danych wejściowych do obliczeń przyjęto:

- wymiary geometryczne silnika;
- liczbę turbosprężarek –  $i_{TS}$ ;
- prędkość obrotową wału korbowego silnika –  $n$ ;
- dawkę paliwa spalane w cylindrze w czasie jednego obiegu –  $q_o$ .

Przyjmowanie w szerokim zakresie wartości dawki paliwa spalane w cylindrze w czasie jednego obiegu dla każdej prędkości obrotowej daje możliwość wyznaczenia praktycznie dowolnego przebiegu zależności  $M_o = f(n)$  dla obliczanej charakterystyki prędkościowej. Obliczenia mogą być realizowane dla różnych wartości prędkości znamionowej, różnych typorozmiarów turbosprężarek oraz konfiguracji pracy zespołu doładowującego (z jedną turbosprężarką oraz z dwoma turbosprężarkami w układzie równoległym o jednakowych rozmiarach lub różnej wielkości).

W pierwszym przybliżeniu w charakterze danych wejściowych przyjmowane są: współczynnik nadmiaru powietrza oraz temperatura spalin przed turbiną, których wartości przyjmowane są orientacyjnie z zależności  $\lambda = f(q_o, n)$ ,  $T_t = f(q_o, n)$ . Wprowadzenie ich ma na celu zawężenie obszaru poszukiwań rozwiązania optymalnego i nie mają one wpływu na końcowy wynik. Ponadto orientacyjnie zadawane są: ciśnienie spalin przed turbiną –  $p_t$ , ciśnienie doładowania –  $p_d$ , prędkość obrotowa wirnika turbosprężarki –  $n_w$ . Wartości te są w trakcie iteracyjnych obliczeń precyzowane aż do uzyskania założonej zbieżności parametrów.

Dla przyjętych wartości  $q_o$  oraz  $\lambda$  obliczane jest zapotrzebowanie na powietrze  $G_p$ , a następnie ilość powietrza przepływającego przez każdą ze sprężarek, która określana jest z uwzględnieniem liczby zastosowanych turbosprężarek  $i_{TS}$  oraz ich typorozmiarów. Dla turbosprężarek jednakowej wielkości, ilość powietrza przepływającego przez każdą ze sprężarek określa zależność:

$$G_s = \frac{G_p}{i_{TS}} \quad (33)$$

Przy dwóch turbosprężarkach różnych typorozmiarów  $G_p$  jest sumą ilości powietrza przepływającego przez każdą ze sprężarek:

$$G_p = G_{s1} + G_{s2} \quad (34)$$

The methodology of calculations enables assessment of the distances of the calculated points of the engine operation from the pumping limit of the used compressor. Calculations of the cycle parameters may be carried out for the speed and load characteristics with the reservation that the values of parameters entered in the input data and the calculated data will not exceed the ranges of permissible values.

As the input data, the following have been taken for calculations:

- geometrical dimensions of the engine;
- number of turbochargers –  $i_{TS}$ ;
- rotational speed of the engine crankshaft –  $n$ ;
- dose of fuel combusted in the cylinder during one cycle –  $q_o$ .

Taking – in the wide scope of values – a dose of fuel combusted in the cylinder during one cycle for each rotational speed, gives a possibility to determine practically any curve of dependences  $M_o = f(n)$  for the calculated speed characteristic. The calculations may be effected for different values of the rated speed, several type-dimensions of turbochargers and work configurations of the turbo-charging unit (with one turbocharger and with two turbochargers in a parallel arrangement with identical dimensions or different sizes).

In the first approximation, the following are taken as the input data: combustion air factor and the temperature of combustion gases before the turbine, the values of which are taken approximately from the dependence  $\lambda = f(q_o, n)$ ,  $T_t = f(q_o, n)$ . Their introduction aims at narrowing of the area of the search for the optimum solution and they have no influence on the final result. Moreover, the following are set approximately: pressure of exhaust gases before the turbine –  $p_t$ , supercharging pressure –  $p_d$ , and rotational speed of the compressor rotor –  $n_w$ . These values are specified during iterative calculations until the assumed convergence of parameters is obtained.

For the taken values of  $q_o$  and  $\lambda$ , air demand  $G_p$  is calculated, and then – the quantity of air flowing through each of the compressors that is determined with taking the number  $i_{TS}$  of used compressors into account as well as their type-dimensions. For the turbochargers of the same size, the quantity of air flowing through each compressor is defined by the dependence (33).

With two turbochargers of different type-dimensions,  $G_p$  is the sum of the quantity of air flowing through each of the compressors, eq. (34).

In the first approximation, the quantity of air flowing through each compressor is determined from the mass balance (34) on the basis of flow characteristics of the turbines, for approximately taken values of  $T_t$ ,  $p_t$  and rotational speeds of rotors. It is assumed at the same time that the thermodynamic parameters of exhaust gases before each turbine are the same and that they are equal to the accumulation parameters. The flow capacity of the turbine can be read from the turbine characteristics, which is defined by the dependence (35) with the consideration of eq. (36).



W pierwszym przybliżeniu ilość powietrza przepływającego przez każdą sprężarkę wyznaczana jest z bilansu masy (34) na podstawie charakterystyk przepływowych turbin, dla orientacyjnie przyjętych wartości  $T_p$ ,  $p_t$  oraz prędkości obrotowych wirników. Jednocześnie zakłada się, że parametry termodynamiczne spalin przed każdą turbiną są jednakowe i równe parametrom spiętrzenia. Z charakterystyki turbiny można odczytać przepustowość turbiny, którą określa zależność:

$$F_p = G_t \cdot \frac{\sqrt{T_t^*}}{p_t^*}, \quad (35)$$

skąd:

$$G_t = \frac{p_t^* \cdot F_p}{\sqrt{T_t^*}} \quad (36)$$

Wprowadzając współczynnik udziału ilości powietrza  $W_p$  sprężarek dla  $p_t^*$ ,  $T_t^*$  = idem:

$$W_p = \frac{G_{t1}}{G_{t2}} \quad (37)$$

ilość powietrza przepływającego przez każdą sprężarkę wyniesie:

$$G_{s1} = \frac{G_p \cdot W_p}{W_p + 1} \quad (38)$$

$$G_{s2} = \frac{G_p}{W_p + 1} \quad (39)$$

Wartość  $W_p$  jest korygowana w kolejnych obliczeniach iteracyjnych na podstawie obliczonych wartości  $p_t^*$ ,  $T_t^*$  aż do uzyskania wymaganej zbieżności obliczeń wynikających z bilansu mocy oraz bilansu masy czynnika przepływającego przez każdą turbosprężarkę i przez silnik.

Następnie obliczane jest ciśnienie  $p_1$  oraz temperatura  $T_1$  powietrza na wlocie do sprężarki z uwzględnieniem oporów przepływu na dolocie do sprężarki.

Zredukowana prędkość obrotowa każdego z wirników sprężarek określana jest na podstawie temperatury spiętrzenia powietrza na wlocie do sprężarki  $T_1^*$  oraz temperatury odniesienia dla charakterystyk sprężarek ( $T_{o,zr} = 288$  K) z zależności:

$$n_{w,zr} = n_w \cdot \sqrt{\frac{T_{o,zr}}{T_1^*}} \quad (40)$$

Zredukowana ilość powietrza przepływającego przez sprężarkę określana jest na podstawie parametrów spiętrzenia na wlocie na wirnik oraz temperatury i ciśnienia odniesienia dla charakterystyk sprężarek ( $p_{o,zr} = 0,1$  MPa) z zależności:

$$G_{s,zr} = G_s \cdot \frac{p_{o,zr}}{p_1^*} \cdot \sqrt{\frac{T_1^*}{T_{o,zr}}} \quad (41)$$

Dla obliczonych wartości zredukowanej prędkości obrotowej oraz zredukowanego wydatku powietrza, z zależności (16) i (17) wyznaczane są: sprawność izentropowa  $\eta_s$  oraz spręż  $\pi_s$ .

Na podstawie  $\pi_s$  obliczana jest nowa wartość ciśnienia doładowania z uwzględnieniem oporów przepływu od

By wprowadzając stosunek udziału ilości powietrza  $W_p$  sprężarek (eq. 37) dla  $p_t^*$ ,  $T_t^*$  = idem ilość powietrza przepływającego przez każdą sprężarkę będzie obliczona z eq. (38) i (39).

Wartość  $W_p$  jest korygowana w kolejnych obliczeniach iteracyjnych na podstawie obliczonych wartości  $p_t^*$ ,  $T_t^*$ , aż do uzyskania wymaganej zbieżności obliczeń wynikających z bilansu mocy oraz bilansu masy czynnika przepływającego przez każdą turbosprężarkę i przez silnik.

Następnie obliczane jest ciśnienie  $p_1$  oraz temperatura  $T_1$  powietrza na wlocie do sprężarki z uwzględnieniem oporów przepływu na dolocie do sprężarki.

Zredukowana prędkość obrotowa każdego z wirników sprężarek określana jest na podstawie temperatury spiętrzenia powietrza na wlocie do sprężarki  $T_1^*$  oraz temperatury odniesienia dla charakterystyk sprężarek ( $T_{o,zr} = 288$  K) z zależności (40).

Zredukowana ilość powietrza przepływającego przez sprężarkę określana jest na podstawie parametrów spiętrzenia na wlocie na wirnik oraz temperatury i ciśnienia odniesienia dla charakterystyk sprężarek ( $p_{o,zr} = 0,1$  MPa) z zależności (41).

Dla obliczonych wartości zredukowanej prędkości obrotowej oraz zredukowanego wydatku powietrza, z zależności (16) i (17) wyznaczane są: sprawność izentropowa  $\eta_s$  oraz spręż  $\pi_s$ .

Na podstawie  $\pi_s$  obliczana jest nowa wartość ciśnienia doładowania z uwzględnieniem oporów przepływu od

By wprowadzając stosunek udziału ilości powietrza  $W_p$  sprężarek (eq. 37) dla  $p_t^*$ ,  $T_t^*$  = idem ilość powietrza przepływającego przez każdą sprężarkę będzie obliczona z eq. (38) i (39).

Wartość  $W_p$  jest korygowana w kolejnych obliczeniach iteracyjnych na podstawie obliczonych wartości  $p_t^*$ ,  $T_t^*$ , aż do uzyskania wymaganej zbieżności obliczeń wynikających z bilansu mocy oraz bilansu masy czynnika przepływającego przez każdą turbosprężarkę i przez silnik.

Następnie obliczane jest ciśnienie  $p_1$  oraz temperatura  $T_1$  powietrza na wlocie do sprężarki z uwzględnieniem oporów przepływu na dolocie do sprężarki.

Zredukowana prędkość obrotowa każdego z wirników sprężarek określana jest na podstawie temperatury spiętrzenia powietrza na wlocie do sprężarki  $T_1^*$  oraz temperatury odniesienia dla charakterystyk sprężarek ( $T_{o,zr} = 288$  K) z zależności (40).

Zredukowana ilość powietrza przepływającego przez sprężarkę określana jest na podstawie parametrów spiętrzenia na wlocie na wirnik oraz temperatury i ciśnienia odniesienia dla charakterystyk sprężarek ( $p_{o,zr} = 0,1$  MPa) z zależności (41).

Dla obliczonych wartości zredukowanej prędkości obrotowej oraz zredukowanego wydatku powietrza, z zależności (16) i (17) wyznaczane są: sprawność izentropowa  $\eta_s$  oraz spręż  $\pi_s$ .

Na podstawie  $\pi_s$  obliczana jest nowa wartość ciśnienia doładowania z uwzględnieniem oporów przepływu od

sprężarki do silnika. W kolejnych krokach obliczeniowych wykorzystywana jest skorygowana, nowa wartość ciśnienia doładowania:

$$P_d = P_{d-n} \quad (42)$$

Na podstawie wyznaczonej  $\eta_s$  oraz zadanej w danych początkowych wartości wykładnika adiabaty powietrza obliczany jest wykładnik politropy sprężania w sprężarce.

Przy obliczeniach dla dwóch różnych turbosprężarek temperatura powietrza na wylocie każdej ze sprężarek  $T_2$  będzie zróżnicowana, co wynika z różnicy sprawności każdego z urządzeń.

Przy dwóch pracujących turbosprężarkach temperatura świeżego ładunku przed zaworem dolotowym wynikać będzie z wymieszania mas o różnych temperaturach. Zakłada się, że świeży ładunek wypływający z każdej z turbosprężarek miesza się natychmiast, tworząc homogeniczną mieszaninę gazową, której temperaturę wyznaczyć można z bilansu energii. Jeśli uwzględnić podgrzanie od ścianek układu dolotowego, to temperaturę świeżego ładunku przed zaworem dolotowym określa zależność:

$$T_d = \frac{G_{s1} \cdot (T_{2-1} + \Delta T) + G_{s2} \cdot (T_{2-2} + \Delta T)}{G_{s1} + G_{s2}} \quad (43)$$

Współczynnik napełnienia  $\eta_v$  obliczany jest z zależności (10). Następnie dla wyznaczonych wartości gęstości powietrza przed zaworem oraz  $\eta_v$  obliczane są nowe wartości przepływu powietrza przez silnik  $G_{p-n}$ , sprężarki  $G_{s-n}$  oraz współczynnika nadmiaru powietrza  $\lambda_n$ :

$$G_{p-n} = \frac{V_{ss} \cdot n \cdot \eta_v \cdot \rho_s}{120} \quad (44)$$

$$G_{s-n} = \frac{G_{p-n}}{3600 \cdot i_{TS}} \quad (45)$$

lub dla turbosprężarek różnej wielkości:

$$G_{s1-n} = \frac{G_{p-n} \cdot W}{W + 1} \quad (46)$$

$$G_{s2-n} = \frac{G_{p-n}}{W + 1} \quad (47)$$

$$\lambda_n = \frac{G_{p-n}}{G_e \cdot L_t} \quad (48)$$

Następnie w obliczeniach wykorzystywane są nowe wartości:  $G_p = G_{p-n}$ ,  $G_s = G_{s-n}$ ,  $\lambda = \lambda_n$ .

Praca adiabatycznego sprężania świeżego ładunku w sprężarce wynosi:

$$H_s^{ad} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot T_1^* \cdot R \cdot \left( \pi_s^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \quad (49)$$

a moc potrzebna do napędu sprężarki:

$$N_s = G_s \cdot H_s^{ad} / \eta_s \quad (50)$$

W obliczeniach ilości spalin zasilających turbinę pomijane są straty części gazu przez nieszczelności oraz przepływanie cylindra. Całkowita ilość spalin przepływająca przez turbinę  $G_t$  obliczana jest na podstawie  $G_s$  z uwzględnieniem współczynnika nadmiaru powietrza.

Work of adiabatic compression of a fresh charge in the compressor is calculated from the equation (49) and the power necessary for the compressor drive – from eq. (50).

In the calculations of the quantity of exhaust gases that supply the turbine, the losses of a part of the gas through leakages and the cylinder scavenging are neglected. The total quantity of exhaust gases flowing through the  $G_t$  turbine is calculated on the basis of  $G_s$  with taking the air excess number into account.

The pressure of exhaust gases at the outlet from the  $p_4$  turbine is calculated with taking into account the resistance of exhaust gases in the outlet system behind the turbine for the approximately assumed quantity of air flowing through the compressor in rated conditions.

The temperature of exhaust gases before the  $T_t^*$  turbine is calculated from the experimental dependence (12) for the corrected values of the supercharging pressure and temperature as well as the combustion air factor. In the first approximation in the calculations of the exhaust gases pressure it is assumed that  $P_t^* = P_d$ .

The expansion ratio in the turbine is defined by the conditions of the turbine operation, eq. (51). From the dependence (24), the turbine flow parameter is calculated.

The corrected value of the exhaust gases pressure at the inlet to the turbine rotor  $p_{t-n}^*$  is calculated with taking into account the increase of the turbine flow capacity at the pressure pulsations, from the dependence (52).

The  $k_f$  coefficient that includes momentary increase of the turbine flow capacity at pulsating flow of exhaust gases is determined from the dependences (31) and (32).

A new value of the expansion ratio in the turbine is calculated from the equation (53).

The corrected values of the pressure before the turbine  $p_{t-n}^*$  and of the expansion ratio  $\pi_{t-n}^*$  are used in subsequent calculation steps.

Work of adiabatic expansion of exhaust gases in the turbine is calculated from the equation (54).

Adiabatic efficiency of the turbine is calculated from the dependence (26).

Power of the turbine, including pulsation of the turbine supply, is calculated from the equation (55).

The correction factor  $k_N$  that includes increase of the turbine power in pulsating stream of exhaust gases is calculated from the dependence (30).

A corrected value of the rotational speed of the turbo-charger rotor is calculated on the basis of the compressor power and the turbine power, from the dependence (56).

Calculations are carried out until the assumed conformity of powers of the compressor and the turbine, eq. (57), is obtained.

## 6. Results of calculations

On the Figures 2, 3 and 4, selected rates of the SW 680 engine, turbo-charged with one B3C turbocharger with the inlet box of the turbine with the intersection area of  $A_T=17$  cm<sup>2</sup> have been presented. It may be stated that the differences of the simulation results and the measurements for the presented rates do not exceed 5%. These differences result

Ciśnienie spalin na wylocie z turbiny  $p_4$  obliczane jest z uwzględnieniem oporów przepływu spalin w układzie wylotowym za turbiną dla orientacyjnie założonej ilości powietrza przepływającego przez sprężarkę w warunkach znamionowych. Temperatura spalin przed turbiną  $T_t^*$  obliczana jest z eksperymentalnej zależności (12) dla skorygowanych wartości ciśnienia i temperatury doładowania oraz współczynnika nadmiaru powietrza. W pierwszym przybliżeniu w obliczeniach ciśnienia spalin przyjmuje się, że  $p_t^* = p_d$ .

Stopień rozprężania w turbinie określony jest warunkami pracy turbiny:

$$\pi_t^* = p_t^* / p_4 \quad (51)$$

Z zależności (24) obliczany jest parametr przepływu turbiny.

Skorygowana wartość ciśnienia spalin na wlocie na wirnik turbiny  $p_{t-n}^*$  obliczana jest z uwzględnieniem wzrostu przepustowości turbiny przy pulsacjach ciśnienia z zależności:

$$p_{t-n}^* = \frac{G_t \cdot \sqrt{T_t^*}}{k_f \cdot F_p} \quad (52)$$

Współczynnik  $k_f$  uwzględniający chwilowy wzrost przepustowości turbiny przy pulsacyjnym przepływie spalin określany jest z zależności (31), (32).

Obliczana jest nowa wartość stopnia rozprężania w turbinie:

$$\pi_{t-n}^* = p_{t-n}^* / p_4 \quad (53)$$

Skorygowane wartości ciśnienia przed turbiną  $p_{t-n}^*$  oraz stopnia rozprężania  $\pi_{t-n}^*$  wykorzystywane są w kolejnych krokach obliczeniowych.

Praca adiabatycznego rozprężania spalin w turbinie wynosi:

$$H_t^{ad} = \frac{\kappa_{sp}}{\kappa_{sp} - 1} R_{sp} \cdot T_t^* \cdot \left[ 1 - \left( \frac{1}{\pi_t^*} \right)^{\frac{\kappa_{sp}-1}{\kappa_{sp}}} \right] \quad (54)$$

Sprawność adiabatyczna turbiny obliczana jest z zależności (26).

Moc turbiny z uwzględnieniem pulsacyjności zasilania turbiny wyznacza się z równania:

$$N_t = G_t \cdot H_t^{ad} \cdot \eta_t \cdot \eta_{tm} \cdot k_N \quad (55)$$

Współczynnik poprawkowy  $k_N$  uwzględniający wzrost mocy turbiny w pulsacyjnym strumieniu spalin obliczany jest z zależności (30).

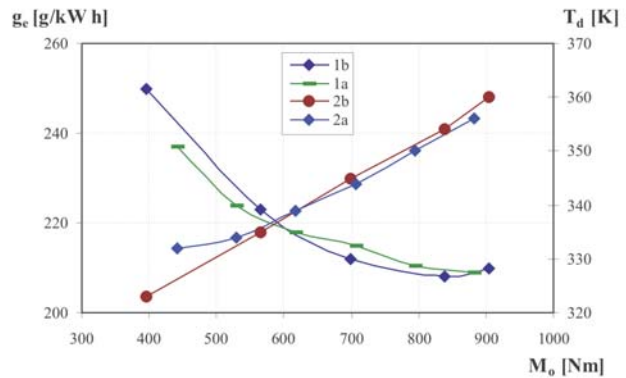
Skorygowana wartość prędkości obrotowej wirnika turbosprężarki obliczana jest na podstawie mocy sprężarki oraz turbiny z zależności:

$$n_{w-n} = n_w \frac{N_t}{N_s} \quad (56)$$

Obliczenia prowadzone są do uzyskania założonej zgodności mocy sprężarki oraz turbiny:

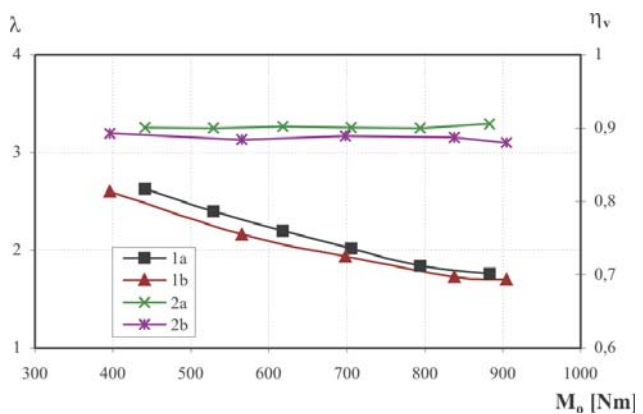
$$\left| \frac{N_s - N_t}{N_t} \right| \leq 0,02 \quad (57)$$

from the accuracy of calculations of the mass air flow rate and are related to the accuracy of adoption of description



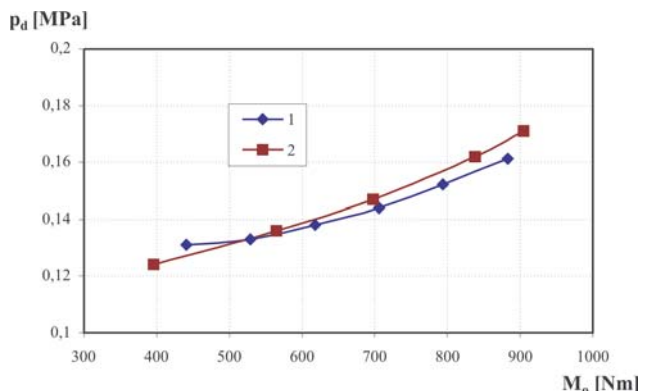
Rys. 2. Porównanie wartości jednostkowego zużycia paliwa (obliczonych - 1a, wyznaczonych eksperymentalnie - 1b) oraz temperatury doładowania (obliczonych - 2a, wyznaczonych eksperymentalnie - 2b)

Fig. 2. Comparison of specific fuel consumption values (calculated - 1a, determined experimentally - 1b) and the supercharging temperature (calculated - 2a, determined experimentally - 2b)



Rys. 3. Porównanie wartości współczynnika nadmiaru powietrza (obliczonych - 1a, wyznaczonych eksperymentalnie - 1b) oraz współczynnika napełnienia (obliczonych - 2a, wyznaczonych eksperymentalnie - 2b)

Fig. 3. Comparison of the combustion air factor value (calculated - 1a, determined experimentally - 1b) and the cylinder filling ratio (calculated - 2a, determined experimentally - 2b)



Rys. 4. Porównanie wartości ciśnienia doładowania obliczonych - 1 oraz wyznaczonych eksperymentalnie - 2

Fig. 4. Comparison of calculated values of supercharging pressure - 1 and determined experimentally - 2



## 6. Wyniki obliczeń

Weryfikację modelu sprowadzono do porównania wyników obliczeń symulacyjnych z wynikami pomiarów. Na rysunkach 2, 3 i 4 przedstawione zostały wybrane wskaźniki pracy silnika SW 680 doładowanego jedną turbosprężarką B3C ze skrzynią wlotową turbiny o przekroju  $A_T = 17 \text{ cm}^2$ . Można stwierdzić, że różnice wyników symulacji oraz pomiarów dla przedstawionych wskaźników nie przekraczają 5%. Różnice te wynikają z dokładności obliczeń masowego natężenia przepływu powietrza i są związane z poprawnością przyjęcia opisu współczynnika napelnienia i sprawności cieplnej oraz wyznaczenia ciśnienia doładowania z charakterystyk sprężarek. Należy jednak podkreślić, że zastosowana metoda analitycznego opisu pozwala na odwzorowanie charakterystyk sprężarek oraz turbin z dokładnością nie przekraczającą 2–3% [6].

Dokładność wyznaczenia parametrów doładowania związana jest również z dokładnością obliczenia temperatury oraz ciśnienia spalin i związanej z nimi dokładności bilansu mocy oraz masy w turbosprężarce.

## 7. Podsumowanie

Zakładając, że różnice w osiągnięciach silników w stosunku do charakterystyki wzorcowej podawanych przez producentów mogą dochodzić do 5%, uzyskane wyniki zapewniają dość duże zbliżenie do rzeczywistości. Wskazuje to na możliwość wykorzystania zaprezentowanego modelu nie tylko do określenia tendencji zmian osiągnięci silnika dla różnych sposobów turbodoładowania. W szczególności model może być wykorzystany do ilościowej oceny stopnia dopasowania charakterystyk poszczególnych elementów systemu turbodoładowania dla różnych kompletacji turbosprężarek lub do obliczeń symulacyjnych pracy silnika o określonej regulacji przy założonym sposobie sterowania pracą zaworu przełączającego turbosprężarki w przypadku doładowania zakresowego.

of the cylinder filling ration and the thermal efficiency as well as determination of supercharging pressure from the characteristics of the compressors.

It should be stressed, however, that the applied method of analytical description allows for representation of the characteristics of the compressors and the turbines with accuracy not exceeding 2–3% [6]. The accuracy of determination of supercharging parameters is also related to the accuracy of calculation of the exhaust gases temperature and pressure and, related to them, the accuracy of the power balance and the mass in the turbocharger.

## 7. Summary

Assuming that the differences in performances of engines in relation to the model characteristic given normally by the manufacturers may reach up to 5%, the obtained results ensure quite accurate getting close to the reality. It shows the possibility of use of the presented model not only for determination of the tendency of changes of the engine performance for different methods of turbo-charging.

In particular, the model may be used for the quantitative assessment of the degree of matching of characteristics of particular elements of the turbo-charging system to different arrangements of turbochargers or to simulation calculations of the engine operation with specified adjustment with assumed method of controlling the operation of the valve switching the turbochargers in case of sequential turbo-charging.

Artykuł recenzowany

## Skróty i oznaczenia/Nomenclature

$F_p$	parametr przepływu/flow parametr		
$G_e$	zużycie paliwa/fuel consumption		
$G_p$	ilość powietrza przepływającego przez silnik/quantity of air flowing through the engine		
$G_{pom}$	wydatek odpowiadający granicy pompowania sprężarki/the air expenditure corresponding to the surge line		
$G_s$	ilość powietrza przepływającego przez sprężarkę/quantity of air flowing through the compressor		
$G_t$	ilość ładunku przepływającego przez turbinę/quantity of medium flowing through the turbine		
$G_{zr}$	zredukowana ilość powietrza przepływającego przez sprężarkę/reduced quantity of air flowing through the compressor		
$H_t^{ad}$	praca adiabaticznego rozprężania w turbinie/work of adiabatic expansion of exhaust gases in the turbine		
$H_s^{ad}$	praca adiabaticznego sprężania w sprężarce/work of adiabatic compression of air in the compressor		
$i_{TS}$	liczba turbosprężarek/number of turbochargers		
$k_N$	współczynnik wzrostu mocy turbiny w pulsacyjnym strumieniu spalin/coefficient of increase of the turbine power in the pulsating stream of exhaust gases	$k_t$	współczynnik wzrostu przepustowości turbiny przy pulsacyjnym przepływie spalin/coefficient of increase of the flow capacity of the turbine at pulsating flow of exhaust gases
		$K_{pom}$	współczynnik odległości od granicy pompowania sprężarki/coefficient of the distance of the surge line of the compressor
		$M_a$	liczba Macha/Mach number
		$M_o$	moment obrotowy silnika/torque
		$n$	prędkość obrotowa wału korbowego silnika/rotational speed of the engine crankshaft
		$n_s$	prędkość obrotowa wirnika sprężarki/rotational speeds of the compressor rotor
		$n_t$	prędkość obrotowa wirnika turbiny/rotational speeds of the turbine rotor
		$n_w$	prędkość obrotowa wału turbosprężarki/rotational speed of the turbocharger shaft
		$n_{w.kr}$	kryterialna prędkość obrotowa wirnika turbiny/criterion rotational speed of the turbine rotor

$n_{w.zr}$ – zredukowana prędkość obrotowa wału turbosprężarki/ <i>reduced rotational speeds of the compressor rotor</i>	$T_d$ – temperatura doładowania/ <i>supercharging temperature</i>
$N_s$ – moc sprężarki/ <i>power of the compressor</i>	$T_{o.zr}$ – temperatura odniesienia dla charakterystyk sprężarek/ <i>reference temperature and pressure for the characteristics of compressors</i>
$N_t$ – moc turbiny/ <i>power of the turbine</i>	$T_t$ – temperatura spalin przed turbiną/ <i>temperature of exhaust gases before the turbine</i>
$p_1$ – ciśnienie powietrza przed sprężarką/ <i>pressure of air before the compressor</i>	$W_p$ – współczynnik udziału ilości powietrza sprężarki pierwszego zakresu/ <i>ratio of air quantity participation of the first sequence compressor</i>
$p_2$ – ciśnienie powietrza za sprężarką/ <i>pressure of air behind the compressor</i>	$\eta_c$ – sprawność cieplna/ <i>thermal efficiency</i>
$p_4$ – ciśnienie spalin za turbiną/ <i>pressure of exhaust gases behind the turbine</i>	$\eta_s$ – sprawność sprężarki/ <i>adiabatic efficiency of the compressor</i>
$p_d$ – ciśnienie doładowania/ <i>supercharging pressure</i>	$\eta_t$ – sprawność turbiny/ <i>adiabatic efficiency of the turbine</i>
$p_{o.zr}$ – ciśnienie odniesienia dla charakterystyk sprężarek/ <i>reference pressure for the characteristics of compressors</i>	$\eta_v$ – współczynnik napełnienia/ <i>cylinder filling ratio</i>
$p_t$ – ciśnienie spalin przed turbiną/ <i>pressure of exhaust gases before the turbine</i>	$\kappa$ – wykładnik adiabaty powietrza/ <i>exponent of the adiabat of the air</i>
$p_{tr}$ – średnie ciśnienie tarcia/ <i>average friction pressure</i>	$\kappa_{sp}$ – wykładnik adiabaty spalin/ <i>exponent of the adiabat of the exhaust gases</i>
$R$ – stała gazowa powietrza/ <i>gas constant of air</i>	$\lambda$ – współczynnik nadmiaru powietrza/ <i>combustion air factor</i>
$R_{sp}$ – stała gazowa spalin/ <i>gas constant of exhaust gases</i>	$\pi_s$ – spręż sprężarki/ <i>compressor ratio</i>
$T_1$ – temperatura powietrza przed sprężarką/ <i>temperature of air before the compressor</i>	$\pi_t$ – stopień rozprężania turbiny/ <i>expansion ratio</i>
$T_2$ – temperatura powietrza za sprężarką/ <i>temperature of air behind the compressor</i>	$q_o$ – masa dawki paliwa na obieg/ <i>mass of fuel dose per cycle</i>
	$\rho_d$ – gęstość powietrza doładowanego/ <i>density of air of supercharging</i>

## Literatura/Bibliography

- [1] Bajkow B.P., Bordukow N.G., Iwanow P.W., Dejc R.S.: Turbosprężarki do doładowania silników wysokoprężnych. Poradnik. Maszynostroje, Leningrad 1975.
- [2] Bernhardt M.: Doładowanie silników spalinowych. Wydawnictwa Komunikacyjne, Warszawa 1958.
- [3] Berglund S.: A Model of Turbocharged Engines as Dynamic Drivetrain Members. SAE Technical Papers 933050.
- [4] Ćwik B., Szczeciński S.: Koncepcja modelu systemu turbo- doładowania silnika spalinowego o zapłonie samoczynnym. Eksploatacja silników spalinowych, Materiały seminaryjne, Szczecin 1993.
- [5] Danilecki K., Lisowski M.: Określenie granicznej dawki paliwa w zależności od ciśnienia doładowania dla silnika SW 680. Ogólnopolska Konferencja Naukową KONMOT '94, Ekonomiczne i ekologiczne aspekty rozwoju pojazdów samochodowych i silników spalinowych. Kraków, 6–7 października 1994.
- [6] Danilecki K.: Założenia do modelowania turbosprężarki trakcyjnego silnika z pulsacyjnym zasilaniem turbiny. Archiwum Motoryzacji. Wydawnictwo Naukowe Polskiego Towarzystwa Naukowego Motoryzacji. Nr 4/2006.
- [7] Данилов Ф. М., Руденко В. Ф.: Математическое моделирование турбокомпрессора высокофорсированного комбинированного двигателя внутреннего сгорания. Двигатели внутреннего сгорания, вып. 8, 1979.
- [8] Гроздиевский В. И.: Методика оптимальной настройки турбокомпрессора для совместной работы с двигателем. Двигатели внутреннего сгорания, вып. 10, 1978.
- [9] Ikeya N., Yamaguchi H., Mitsubori K., Kondoh N.: Development of Advanced Model of Turbocharger for Automotive Engines. SAE Technical Papers 920047.
- [10] Kellett E., Betteridge F., Mistovski M.: Investigation of diesel engine and turbocharger interaction. Enging. Rev. Lucas 1969 nr 4.
- [11] Kessel J. A., Schmidt M., Schaffnit J.: Modeling and Real-Time Simulation of a Turbocharger With Variable Turbine Geometry (VTG). SAE Technical Papers 980770.
- [12] Левкович С. Л.: Методика определения к. п. д. турбин и компрессоров турбокомпрессоров при совместной работе с двигателем. Двигатели внутреннего сгорания, вып. 11. 1970.
- [13] Niewiarowski K.: Tłokowe silniki spalinowe. Tom II. WKŁ, Warszawa 1983.
- [14] Остапенко Г. И.: Экспериментальное определение параметра эффективности импульсной турбины и его математическое описание. Двигатели внутреннего сгорания, вып. 12. 1983.
- [15] Pancharevski G., Ivanov V.: Bestimmung der Wärmeferluster in Diffusor eines Turbokompressors. IV Symposium Klimatechnik, Belüftung Wärmeaustausch in Transportwesen – Tagungsmaterialien, Politechnika Szczecińska 1992.
- [16] Rychter T., Teodorczyk A.: Modelowanie matematyczne roboczego cyklu silnika tłokowego. PWN, Warszawa 1990.
- [17] Serrano J. R., Reyes E., Payri F.: A Model for Load Transients of Turbocharged Diesel Engines. SAE Technical Papers 1999-01-0225.
- [18] Wiślocki K.: Badanie wpływu upustowej regulacji parametrów doładowania na własności trakcyjne turbodoładowanych silników spalinowych. Praca doktorska, Politechnika Poznańska 1986.
- [19] Ваншейдт В.А., Иваченко Н.П., Коллерова Л.К.: Дизели: Справочник. Машиностроение, 1977.

Dr inż. Krzysztof Danilecki – adiunkt, Katedra Eksploatacji Pojazdów Samochodowych, Politechnika Szczecińska.

Mr Krzysztof Danilecki, DEng. – assistant professor in the Faculty of Automotive Vehicles Operation, Technical University of Szczecin.

